

# LOGARITMY V CHÉMII

Michal Hudec<sup>1</sup>, Edita Szabová<sup>2</sup>

<sup>1</sup>Univerzita Konštantína Filozofa, Fakulta prírodných vied, Katedra chémie, Tr. A. Hlinku 1, 949 74 Nitra, Slovensko, +421 37 6408 653, [michal.hudec@ukf.sk](mailto:michal.hudec@ukf.sk)

<sup>2</sup>Univerzita Konštantína Filozofa, Fakulta prírodných vied, Katedra matematiky, Tr. A. Hlinku 1, 949 74 Nitra, Slovensko, [edita.szabova@ukf.sk](mailto:edita.szabova@ukf.sk)

## Abstrakt

Príspevok poukazuje na dôležitosť matematiky, ako aj jej zaradenie a využitie v rôznych oblastiach chémie. Mnohí študenti si počas výkladu nového učiva položia otázku „Načo mi toto bude?“. Snažíme sa bližšie poukázať na využitie logaritmickej funkcie a logaritmov v chémii pri riešení rôznych úloh. Zamerali sme sa hlavne na výpočet hodnoty pH roztokov a na zostrojenie termodynamickej krivky, ktorá popisuje zmeny stavových veličín počas izotermického deja (Freundlichova a Langmuirova izoterma). Je veľmi dôležité zaviesť výklad nového učiva založený práve na medzipredmetových vzťahoch, aby si študenti uvedomovali dôležitosť matematiky aj v iných prírodovedných predmetoch.

**KLúčové slová:** logaritmická funkcia, logaritmus, chémia, matematika

## Úvod

Matematika má dôležité postavenie v oblasti prírodovedných predmetoch, medzi ktoré, okrem iného, patrí aj chémia. V chémii sa bez matematiky vôbec nezaobídeme. Pri riešení úloh v chémii využívame rôzne matematické premenné, vzťahy, funkcie a operácie. Dôležité uplatnenie majú práve logaritmické funkcie a logaritmy. Na zistenie hodnôt pH sa v chémii používa logaritmus a na grafické vyjadrenie závislosti dvoch veličín logaritmická funkcia. Objavom logaritmickej funkcie pred niekoľkými desiatkami rokov matematici zabezpečili ďalší rozvoj prírodovedných predmetoch, ktoré využívajú poznatky matematiky vo svojom vednom odbore.

Objav logaritmov prezentoval v roku 1614 John Napier v diele "*Mirifici logarithmorum canonis descriptio*" [1]. Objav logaritmov v 17. storočí podmienili potreby vtedajšej spoločnosti. Idea logaritmov sa formovala už dávno pred 17. storočím. Leonhard Euler publikoval viaceré svoje myšlienky v legendárnej knihe *Introductio in analys in infinitorum*, kde v 7. kapitole definuje číslo  $e$  [2].

Dekadický logaritmus je najužitočnejším typom logaritmov, ktoré Henry Briggs zaviedol okolo roku 1620. Briggs vytvoril sedemmiestne tabuľky dekadických logaritmov používané do dnešných čias. Jeho tabuľky obsahovali logaritmy všetkých kladných celých čísel menších ako 1000. Metódy, ktoré používal Briggs pre výpočet tabuliek logaritmov, dnes poznáme ako pravidlá pre výpočet logaritmov [1].

Praktický význam logaritmov spočíval v tom, že na ich základe bola skonštruovaná známa mechanická pomôcka pre numerické výpočty, tzv. logaritmické pravítko, a to v dobe pred érou počítadiel a počítačov.

Cieľom príspevku je poukázať na dôležitosť i využitie logaritmickej funkcie v rôznych oblastiach a témach chémie.

## Využitie logaritmickej funkcie na výpočet pH

Na výpočet hodnoty pH sa používa vzťah, ktorý má tvar:

$$\text{pH} = -\log[\text{H}_3\text{O}^+]$$

Ide o dekadický logaritmus a  $[\text{H}_3\text{O}^+]$  je rovnovážna koncentrácia oxóniových katiónov. Tento spôsob zistenia pH uviedol v roku 1909 Søren Peter Lauritz Sørensen, začo mu bola udelená i Nobelova cena. Podobne ako pH, používa sa pri vodných roztokoch symbol pOH, ktorý udáva záporný dekadický logaritmus rovnovážnej koncentrácie hydroxidových iónov:

$$\text{pOH} = -\log[\text{OH}^-]$$

Vo všeobecnosti platí, že  $\text{pH} + \text{pOH} = 14$ . Tieto vzťahy platia pre silné kyseliny a zásady. Logaritmická funkcia týmto nadobudla dôležitú úlohu v oblasti chémie, predovšetkým na zistenie hodnoty pH z koncentrácie. Slabé kyseliny a slabé zásady sú iba čiastočne disociované, kedy  $\alpha \ll 1$  (alfa je disociačný stupeň), a preto za bežných koncentrácií platí:

$$\text{pH}_{\text{kys}} = \frac{1}{2} \cdot (\text{p}K_{\text{kys}} - \log[\text{H}_3\text{O}^+]) \text{ a } \text{pH}_{\text{zás}} = 14 - \frac{1}{2} \cdot (\text{p}K_{\text{zás}} - \log[\text{OH}^-])$$

**Príklad 1.** Vypočítajte pH roztoku HCl s koncentráciou  $0,1 \text{ mol.dm}^{-3}$ . Kyselina chlorovodíková je silná kyselina, a preto disociuje:  $\text{HCl} + \text{H}_2\text{O} \rightarrow \text{H}_3\text{O}^+ + \text{Cl}^-$   
potom  $\text{pH} = -\log[\text{H}_3\text{O}^+] = -\log 0,1 = 1$

**Príklad 2.** Vypočítajte pH roztoku NaOH s koncentráciou  $0,01 \text{ mol.dm}^{-3}$ . Hydroxid sodný je silný hydroxid. Preto:  $\text{NaOH} \rightarrow \text{Na}^+ + \text{OH}^-$   
potom  $\text{pH} = 14 - \text{pOH} = 14 - (-\log[\text{OH}^-]) = 14 - (-\log c_{(\text{OH}^-)}) = 14 - (-\log 0,01) = 14 - 2 = 12$ .

**Príklad 3.** Vypočítajte pH roztoku, ktorý obsahuje  $0,1 \text{ g NaOH}$  v  $1 \text{ dm}^{-3}$ . Najprv musíme vypočítať molárnu koncentráciu roztoku a potom pH podľa už známeho vzťahu.  $c(\text{NaOH}) = \frac{n}{V} = \frac{m}{M_m \cdot V} = \frac{0,1}{40,1} = 2,5 \cdot 10^{-3} \text{ mol.dm}^{-3}$

$$\text{pH} = 14 - (-\log c_{(\text{NaOH})}) = 14 - (-\log 0,0025) = 14 - 2,6 = 11,4$$

Pri riešení niektorých príkladov je možné použiť vzťah ako je uvedené v príklade 4. Toto však platí len v tom prípade, že koncentrácia je daná iba ako  $10^n$ , kde  $n$  je ľubovoľné celé číslo. Avšak ak koncentrácia je určená ako  $m \cdot 10^n$  je spôsob určenia hodnoty pH zložitejší, ale riešiteľný (príklad 5).

**Príklad 4.** Vypočítajte pH roztoku, o ktorom je známe, že  $c(\text{H}_3\text{O}^+) = 10^{-2} \text{ mol.dm}^{-3}$ .

$$\text{pH} = -\log 10^{-2} = -(-2) \cdot \log 10 = 2,1 = 2$$

**Príklad 5.** Vypočítajte pH roztoku, o ktorom je známe, že  $c(\text{H}_3\text{O}^+) = 2 \cdot 10^{-2} \text{ mol.dm}^{-3}$ .

$$\text{pH} = -\log 2 \cdot 10^{-2} = -\log 0,02 = -(-1,7) = 1,7$$

Logaritmická funkcia týmto nadobudla dôležitú úlohu v oblasti chémie, predovšetkým na zistenie hodnoty pH z koncentrácie. V prípade, že poznáme hodnotu pH, ale nepoznáme koncentráciu, potrebujeme na jej zistenie použiť práve exponenciálnu funkciu.

**Príklad 6.** Aká je koncentrácia roztoku kyseliny sírovej, ak  $\text{pH} = 2,46$ ? Kyselina sírová je silná kyselina.

$$\text{Preto ak } \text{pH} = -\log[\text{H}_3\text{O}^+], \text{ potom } [\text{H}_3\text{O}^+] = 10^{-\text{pH}} = 10^{-2,46} = 3,47 \cdot 10^{-3} \text{ mol.dm}^{-3}$$

### Využitie logaritmickej funkcie v termodynamike

Logaritmická funkcia má uplatnenie aj pri zostrojení termodynamickej krivky, ktorá popisuje zmeny stavových veličín počas izotermického deja, ako aj na odvodenie Freundlichovej izotermy v logaritmickej podobe. Izotermický dej je termodynamický dej, pri ktorom sa nemení teplota  $T$  termodynamickej sústavy. Pri izotermickom deji je teda  $T = \text{konštanta}$ , teda  $dT = 0$ . Freundlichova izoterma je empiricky odvodený vzťah, ktorý popisuje závislosť miery adsorpcie molekúl na tuhý adsorbent od tlaku a teploty (obrázok 1). Freundlichova izoterma sa dá zapísať vo viacerých formách [3]:

1. pre plyny:  $a = k \cdot p^{\frac{1}{n}}$ , resp.  $a = k \cdot \sqrt[n]{p}$

2. pre roztoky:  $a = k \cdot c^{\frac{1}{n}}$  resp.  $a = k \cdot \sqrt[n]{c}$

$a$  - množstvo adsorbovaných molekúl (obyčajne hmotnosť, pri plynach objem) na jednotkovú hmotnosť adsorbenta,

$k, n$  - empirické konštanty charakteristické pre dané podmienky a plyn, platí  $0 < n < k$ . Hodnota  $k$  so stúpajúcou teplotou klesá a hodnota  $n$  sa približuje jednej,

$c, p$  - koncentrácia, resp. tlak (pri plynach) adsorbovanej zložky.

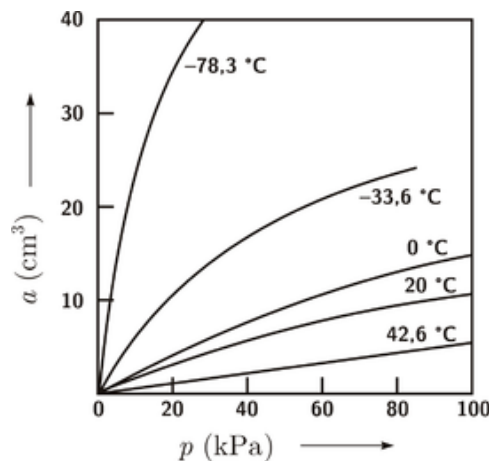
Pri zapracovaní experimentálnych údajov sa väčšinou používa Freundlichova izoterma v

logaritmickej podobe [4]:  $\log a = \log k + \frac{1}{n} \cdot \log p$

Tento vzťah dostaneme úpravou vzťahu  $a = k \cdot c^{\frac{1}{n}}$  pomocou logaritmovania a v ďalšej časti je potrebné využitie nasledovných logaritmických viet:

$$\log_a x \cdot y = \log_a x + \log_a y$$

$$\log_a x^y = y \cdot \log_a x$$



**Obrázok 1.** Freundlichova izoterma [5]

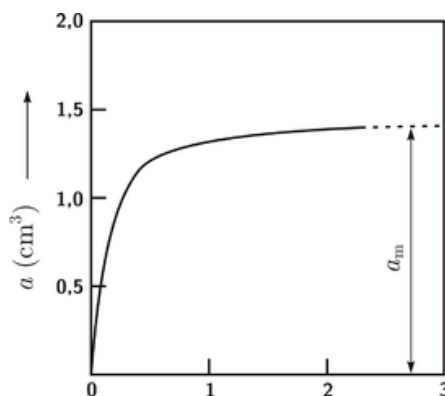
Langmuirova izoterma alebo Langmuirova adsorpčná rovnica je vzťah, ktorý kvantitatívne popisuje rovnováhu pri adsorpcii molekúl plynu na povrch tuhého adsorbenta pri izotermických podmienkach (obrázok 2) [4]. Ide o matematické vyjadrenie závislosti množstva adsorbovanej látky od jej parciálneho tlaku, resp. koncentrácie. Vzťah odvodil v roku 1916 americký fyzik I. Langmuir [3].

$$a = \frac{a_{max} \cdot b \cdot p}{1 + b \cdot p}$$

$a$  - množstvo adsorbovaných molekúl plynu na 1 g adsorbenta,

$p$  - tlak (pri plynach) adsorbovanej zložky,

$b$  - konštanta.



## Obrázok 2. Langmuirova izoterma [6]

### Záver

Úlohy a vzťahy v chémii môžu mať rôznu podobu, ale ku všetkým je potrebná práve matematika. Každý zo študentov sa počas svojho štúdia na rôznych typoch škôl vždy pozastaví nad otázkou „Načo mi toto bude?“ Odpoveď na túto otázku je mnohokrát náročná a zložitá. Avšak časom si každý študent na svoju otázku nájde odpoveď sám skúsenosťami a vekom. Málokto si uvedomuje, že vedomosti nadobudnuté v matematike môže využiť aj v iných prírodovedných predmetoch. Preto by sa mal do škôl zaviesť výklad nového učiva založený práve na medzipredmetových vzťahoch, aby si študenti uvedomovali dôležitosť matematiky aj v iných prírodovedných predmetoch.

### Literatúra

- [1.] TKÁČIK, Š. Počiatky zavedenia logaritmu. In *Acta Mathematica 10*, Zborník z V. nitrianskej matematickej konferencie organizovanej Katedrou matematiky v dňoch 6. – 7. septembra 2007 Nitra : UKF, 2007. s. 205 – 210. ISBN 978-80-8094-181-9.
- [2.] GUNČAGA, J. Leonhard Euler a nekonečné rady. In *Acta Mathematica 10*, Zborník z V. nitrianskej matematickej konferencie organizovanej Katedrou matematiky v dňoch 6. – 7. septembra 2007. Nitra : UKF, 2007. s. 59 – 64. ISBN 978-80-8094-181-9.
- [3.] PECHOUŠEK, J. *Měření plochy povrchu pevných látek a určování jejich porozity metodou sorpce plynu* [online]. Olomouc : Univerzita Palackého, 2010. 19 s. [cit. 2. Februára 2012]. Dostupné na World Wide Web: <http://fyzika.upol.cz/cs/system/files/download/vujtek/ostatni/BET.pdf>.
- [4.] STRNADOVÁ, N., MATĚJKOVÁ, D. Využití sorpčních materiálů pro odstraňování As a Ni z vod. In *Acta Montanistica Slovaca*. roč. 10, 2005, mimoriadne číslo 1. s. 263 - 271.
- [5.] [http://sk.wikipedia.org/wiki/S%C3%BAbor:Freundlich\\_izoterma.png](http://sk.wikipedia.org/wiki/S%C3%BAbor:Freundlich_izoterma.png), 2012-02-02
- [6.] <http://sk.wikipedia.org/wiki/S%C3%BAbor:Izoterma.png>, 2012-02-02

### Abstract

Contribution shows the importance of mathematics as well as its inclusion and use in various fields of chemistry. Many students over the interpretation of the new curriculum, to ask "Why me this is?". We will further highlight the use of logarithmic function and logarithms in chemistry in solving various problems. We focused mainly on the calculation of the pH of solutions and to construct the thermodynamic curve, which describes the change state variables during isothermal storyline (Freundlich and Langmuir isotherm). It is very important to introduce a new interpretation of the curriculum based on interdisciplinary relations just to get students aware of the importance of mathematics in other science subjects.