

# Presentation of the relation between mathematics and physics by the dynamic modeling

---

Ladislav Jaruska

Department of Mathematics and Informatics

J. Selye University, Hradná 21, Komárno

jaruskal@selyeuni.sk

# Úvod

---

- ❑ Integrovanie IKT – ponúka nové možnosti pedagógom aj študentom na zvyšovanie efektivity vyučovania
  - ❑ Praktické úlohy, problémy z reálneho života
  - ❑ Riešenie vyžaduje matematické a fyzikálne poznatky
  - ❑ Dynamické modelovanie pomocou softvéru GeoGebra
-

# Možnosti aplikovania GeoGebry

---

- GeoGebra - voľne šíriteľný matematický softvér, ktorý bol vytvorený hlavne na podporu vyučovania matematikygrafické riešenie niektorých úloh,
  - Spája v sebe geometriu, algebru a matematickú analýzu a môžeme využívať v edukačnom procese od základných škôl až po univerzity.
  - možnosť grafického znázornenia priebehu javov, závislostí veličín
  - podporuje predstavenie si konkrétnych situácií a problémov
-

# Postavenie dynamického modelovania

---

- ❑ Modelovanie prírodných javov a riešenie praktických úloh posilňuje vzťahy medzi matematikou a fyzikou
  - ❑ Aplikovanie simulácie-modelovania – rozvíja analytické a kreatívne myslenie študentov
  - ❑ Možnosť zvyšovania efektivity vyučovania
  - ❑ Vhodný model uľahčuje žiakom riešenie a pochopenie úlohy
  - ❑ Môže sa použiť pre objavné vyučovanie, lebo podporuje experimenty a matematické objavy.
-

# Prezentácia medzipredmetových vzťahov matematiky a fyziky pomocou GeoGebry

---

- ❑ lepšie pochopenie úloh s fyzikálnou tematikou
  - ❑ pochopenie niektorých fyzikálnych javov pomocou virtuálnych experimentov (voľný pád, vodorovný a šikmý vrh, pohyby, kyvadlo,...)
  - ❑ ľahšie osvojenie si fyzikálnych zákonov (zákon zachovania energie, premena energie, Ohmov zákon)
  - ❑ lepšie predstavenie si súvislosti medzi fyzikálnymi veličinami
  - ❑ pozorovanie a pochopenie závislosti niektorých fyzikálnych veličín od času (rýchlosť)
  - ❑ používanie funkcií
  - ❑ podporuje osvojovanie si pojmov
  - ❑ Možnosti: pohyby, energia, trenie, kmity, vlny, optika, elektrina, teplo,
-

# Postavenie a ciele fyzikálnych úloh

---

- ❑ Vyjadrujú vzájomné pôsobenie medzi matematikou, fyzikou a realitou
  - ❑ rozvíjanie logického, algoritmického a kritického myslenia žiakov,
  - ❑ schopnosť čítať s porozumením súvislé texty obsahujúce čísla, závislosti a vzťahy a nesúvislé texty obsahujúce tabuľky, grafy a diagramy,
  - ❑ používanie rôznych spôsobov reprezentácie matematického obsahu,
  - ❑ naučiť žiaka matematicky vyjadriť problémy pozorované alebo zámerne demonštrované v reálnych situáciách, (symboliky a znázorňovania)
  - ❑ motivovať žiaka k ovládnutiu matematického aparátu tým, že sa preukáže jeho potrebnosť a účelnosť v praxi,
  - ❑ ukázať aplikovateľnosť preberaného matematického učiva,
  - ❑ naučiť žiaka vyhľadávať a sledovať jednoduché funkčné vzťahy a kvantitatívne súvislosti vo svojom okolí
-

# Potrebné poznatky

---

- ❑ riešenie rovníc a ich sústav
  - ❑ ekvivalentné úpravy rovnice
  - ❑ funkcie
  - ❑ fyzikálne veličiny a ich jednotky
  - ❑ vzťah medzi fyzikálnymi veličinami
  - ❑ grafické znázorňovanie závislosti veličín
-

# Dynamické modelovanie v GeoGebre

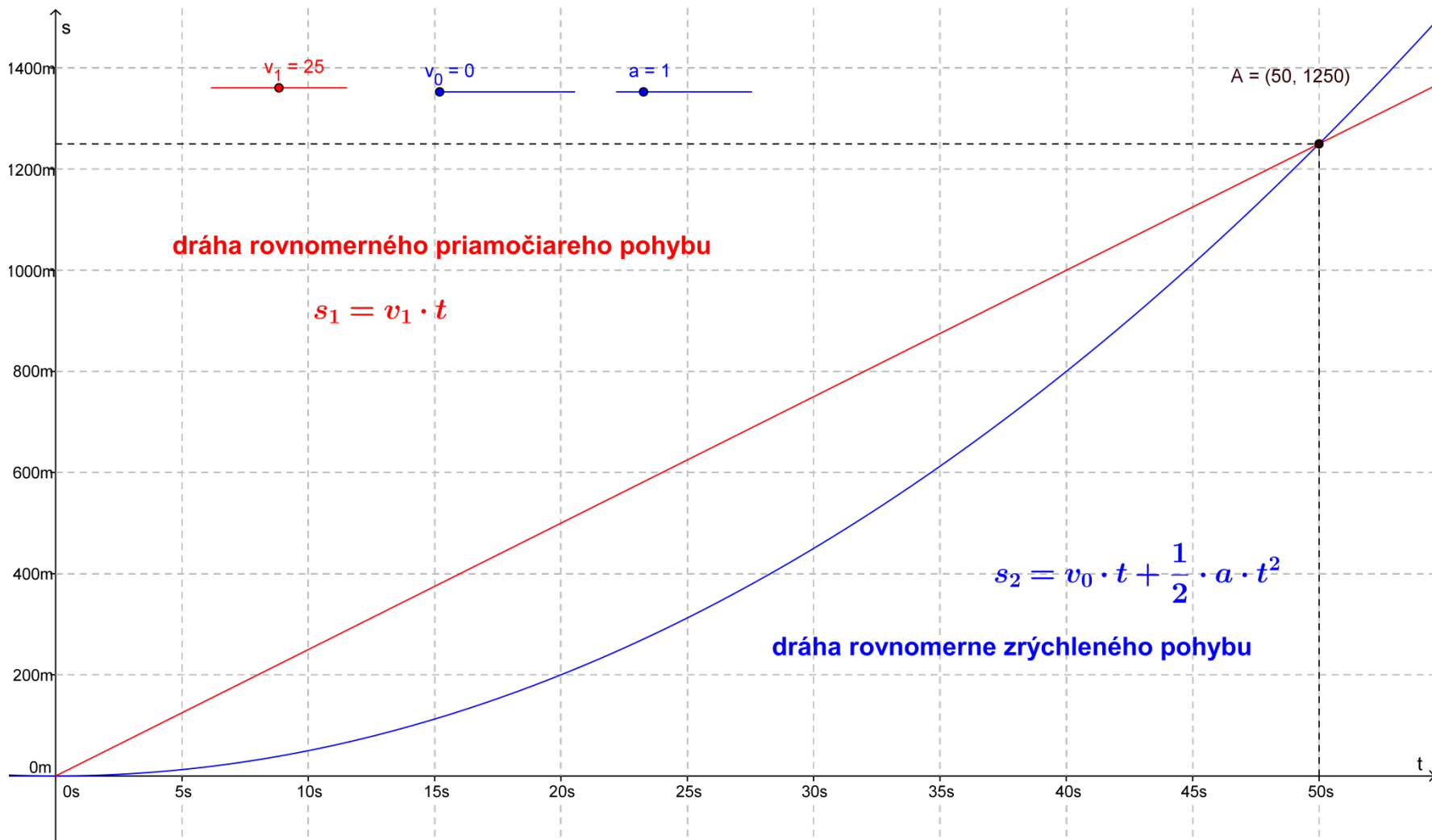
---

- využitie apletov
  - geometrické riešenie sústavy rovníc
  - učiteľ alebo žiak môže zmeniť hodnoty v zadaní
  - znázornenie funkcií – súvislosť dvoch veličín
-



Z mesta naraz odštartovali dve autá. Jedno auto vykonáva rovnomerný priamočiary pohyb, pohybuje sa stálou rýchlosťou 25 m/s. Druhé auto vykonáva rovnomerne zrýchlený priamočiary pohyb, počiatočnou rýchlosťou 0 m/s a zrýchlením 1m/s<sup>2</sup>. Kedy a v akej vzdialenosti od miesta štartu sa stretnú?

- 
- $v_1 = 25 \text{ m/s}$  – rýchlosť rovnomerného priamočiareho pohybu
  - $s_1 = v_1 t$  – dráha rovnomerného priamočiareho pohybu
  - $s_2 = v_0 t + \frac{1}{2} a \cdot t^2$  – dráha rovnomerne zrýchleného priamočiareho pohybu
  - $v_0 = 0 \text{ m/s}$  - počiatočná rýchlosť -  $v_0 t = 0$
  - Lineárna funkcia + kvadratická funkcia
-



# Šikmý vrh z nenulovej výšky h

- pohyb telesa v homogénnom gravitačnom poli, pri ktorom počiatočná rýchlosť zvierá s horizontom nenulový elevačný uhol  $\alpha$
- hmotný bod sa pohybuje približne po parabolickej dráhe
- pohyb sa skladá z dvoch pohybov:
- v smere x pohyb nemeniacou sa rýchlosťou - pohyb rovnomerný
- v smere y pohyb s konštantným zrýchlením - pohyb rovnomerne zrýchlený
- pre súradnice ľubovoľného bodu, ktorý leží na trajektórii vrhu platí:

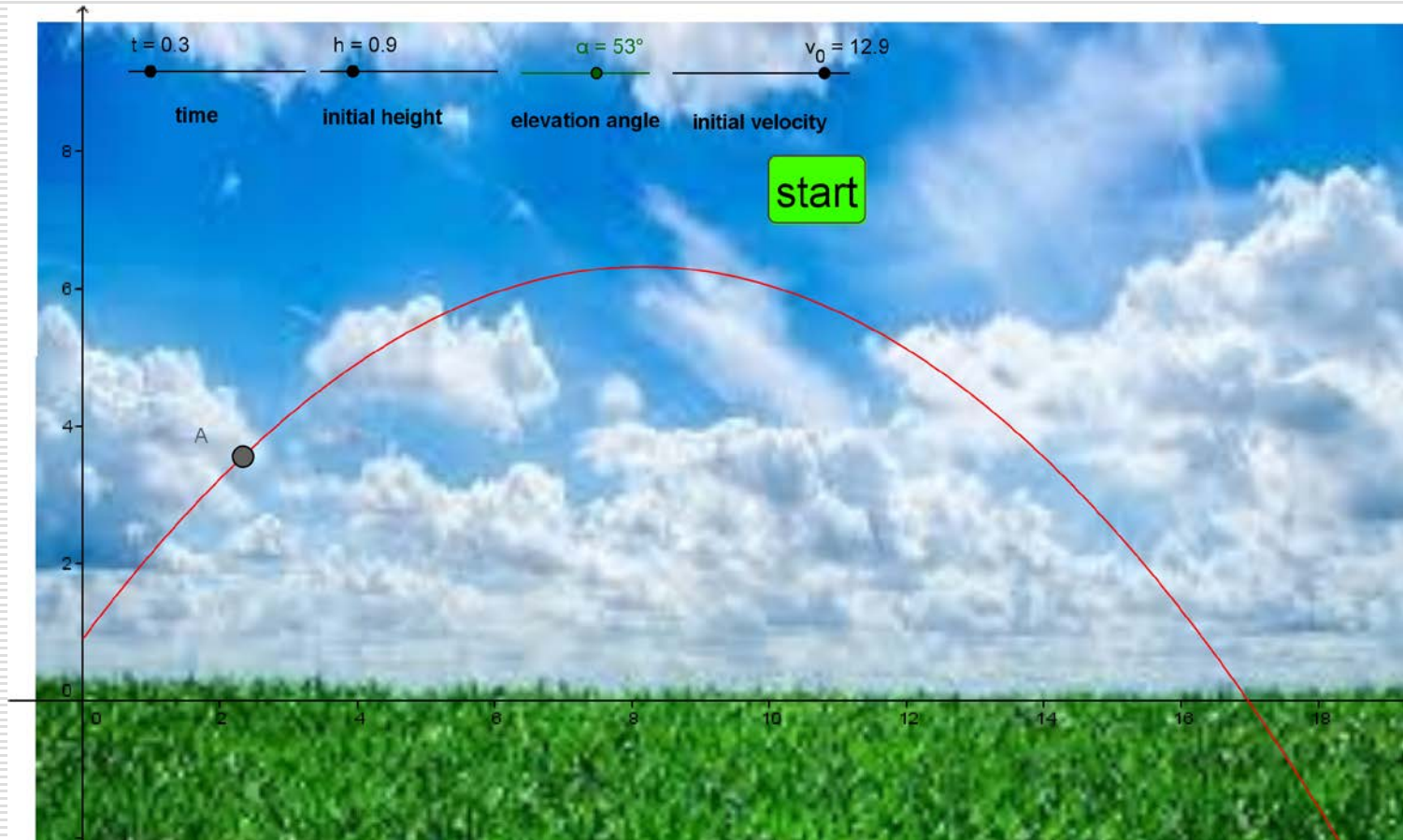
$$x = v_0 t \cos \alpha \qquad y = h + v_0 t \sin \alpha - \frac{1}{2} g t^2$$

- čas dopadu: 
$$t_d = \frac{v_0 \sin \alpha + \sqrt{v_0^2 \sin^2 \alpha + 2gh}}{g}$$

- dĺžka vrhu – vzdialenosť dopadu: 
$$d = v_0 \cos \alpha \frac{v_0 \sin \alpha + \sqrt{v_0^2 \sin^2 \alpha + 2gh}}{g}$$

- maximálna výška vrhu: 
$$h_m = h + \frac{v_0^2 \sin^2 \alpha}{2g}$$

# Model šikmého vrhu pomocou GeoGebry



---

Ďakujem za pozornosť !

This paper was supported by the project KEGA 002UJS-4/2014  
*„Interactive electronic learning materials to support  
implementation of modern technology in teaching mathematics and  
informatics“.*

---