

PŮVOD POSTAVENÍ GEOMETRIE V INDICKÉ MATEMATICE DRUHÉ POLOVINY PRVNÍHO TISÍCILETÍ

Petr Bogan

FŽP UJEP, Králova výšina 3132/7, 400 96 Ústí nad Labem, 475284128, petr.bogan@ujep.cz

Abstrakt

Matematika dávné Indie je jeden z důležitých kořenů matematiky Evropy. Výsadní postavení v této matematice zaujímala geometrie, která sloužila mimo jiné i k provádění výpočtů. Článek se zaměřuje na zdroje tohoto pojetí geometrie, která získala své privilegované postavení v rámci matematiky Indie druhé poloviny prvního tisíciletí. Toto postavení bylo s vysokou mírou pravděpodobnosti dědictvím védské kultury, jejíž počátky jsou datovány do konce druhého tisíciletí před naším letopočtem.

Klíčová slova: Indie, geometrie, védské rituály, śulba sūtry.

Úvod

Podnětem k volbě tématu mojí doktorské práce, tedy i k sepsání tohoto článku, byly rozhovory s prof. Vopěnkou při společné práci na [1]. Kniha popisuje matematiku Indie počátku druhé poloviny prvního tisíciletí našeho letopočtu. Vyspělost a elegance této matematiky mne orientovaly na hlubší studium pramenů a na hledání původních kořenů. Důležitým objevem naší společné práce bylo zvláštní postavení geometrie, která na rozdíl od současného pojetí sloužila i k provádění výpočtů nebo ověřování správnosti dosažených výsledků.

Při hledání původu tohoto výsostného postavení geometrie jsem byl doveden až k samotným počátkům kultury staré Indie, tedy do védského období. Jádrem kultury tehdejších kočovných kmenů, které v postupných vlnách osídlovaly území indického subkontinentu, bylo provádění ohňových rituálů.

Materiál a metody

Analýza pramenů uvedených v seznamu literatury. Jako zdroj obecných informací jsem použil detailní záznam ceremonie z roku 1975 [2] a encyklopedii védských rituálů [3]. Při analýze informací týkajících se matematických znalostí a dovedností jsem vycházel především z [5] s přihlédnutím k [4] a [6].

Výsledky a diskuse

Védský rituál

Rituální ceremonie probíhaly na vrchu ceremoniální platformy zvané *citi* (tento termín je též méně přesně překládán jako oltář), umístěné na rituálně upravené ploše zvané *vedi* uvnitř obětníkova domu nebo na pozemku v jeho okolí. Termínem *citi* se rozumí speciální vyvýšená plocha zkonstruovaná z pálených cihel nesoucích rituální oheň.

Rituály dělíme do dvou skupin a to na *nitya* (povinné, každodenní, či nezbytné) a *kāmya* (zvláštní, plnicí přání či nepovinné).

Každodenní oběti byly pro védské Indy povinné a bylo prohřeškem tyto obřady neprovádět. Mezi základní jsou řazeny *gārhapatya*, *āhavanīya* a *dakṣiṇa*. *Gārhapatya* musí být podle jedné školy ve formě čtverce, podle jiné ve formě kruhu. *Āhavanīya* musí mít vždy tvar čtverce

a *dakṣiṇa* půlkruhu. Velikost plochy každého z těchto tří oltářů je jedna čtvereční *vyāma* (*vyāma* = 96 *aṅgul*). Kromě každodenních byly i povinné oběti konané se specifickými periodami.

Platformy pro oběti k dosažení zvláštních cílů byly složitější a jejich tvar závisel na účelu oběti. Mezi nejznámější patří *śyena* (sokol), *ratha-cakra* (kolo od vozu), *kūrma* (želva) a další.

Śulba sūtry

Śulba sūtry jakožto „pravidla pro provaz“ nabízejí postupy a prostředky pro správnou konstrukci zmíněných ceremoniálních platform, jsou řazeny mezi *vedāṅgy*¹ (přesněji mezi *kalpa sūtry*) a patří z hlediska matematiky k nejdůležitějším dílům védské slovesnosti. Jako ostatní védské znalosti a dovednosti byly předávány ústní cestou v rodinách bráhmanů z generace na generaci. Z tohoto důvodu byly psány formou maximální stručnosti a bez doprovodného vysvětlení byly často nesrozumitelné. *Kalpa sūtry* vysvětlují propojení různých cílů obětí s patřičnými rozměry a tvary ohňových oltářů, konstruovaných z předepsaného počtu pálených cihel specifických tvarů a rozměrů. Zmiňované texty uvádějí následující nástroje užívané k měření a sestrojování konstrukcí:

rajju - provaz, na kterém jsou značky ve specifických vzdálenostech. Tento nástroj sloužil jako ekvivalent dnešního pravítka s měřítkem a kružítkem,

śaṅku - dřevěné kolíky, tedy tyče sloužící k označování, resp. fixaci různých bodů nebo jako referenční body pro provaz,

veṇu - bambusová hůlka, jejíž délka je rovna výšce *yajamāna* v pozici se vzpaženými pažemi (toto je obvykle bráno jako 1 *puruṣa* neboli 120 *aṅgul*),

samyā - dřevěný kolík ze jha s délkou 36 *aṅgul*. Slouží k měření zmíněné délky.

Mezi nejčastěji používané jednotky délky se řadí *aṅgula* neboli prst (odpovídající 14 zrnům prosa položeným vedle sebe), *aratni* neboli délka loktu (dvacet čtyři prstů) a *puruṣa* získaná jako výška muže (*yajamāna*) se vzpaženými pažemi nebo též ekvivalent délky 120 *aṅgul*. Za povšimnutí stojí i fakt, že si definice některých jednotek v různých partiích védské slovesnosti, či slovesnosti pozdější, navzájem odporují².

Znalosti a dovednosti nezbytné pro konstrukci ceremoniálních platform

Ke konstrukci platform pro povinné rituály jsou potřebné následující matematické znalosti a dovednosti:

konstrukce čtverce daných rozměrů se stranou nebo osou na dané přímce,

transformace čtverce na kruh se stejnou velikostí obsahu,

konstrukce kruhu s dvojnásobnou velikostí obsahu oproti danému kruhu,

konstrukce obdélníku, jsou-li dány délky jeho stran,

konstrukce rovnoramenného lichoběžníku, jsou-li dány délky základen a výška,

nalezení obsahu rovnoramenného lichoběžníku,

obsah čtverce sestrojeného nad úhlopříčkou čtverce je dvojnásobkem obsahu původního čtverce.

¹ *vedāṅgy* – „údy véd“, pomocné disciplíny tradičně spojené se studiem véd. K nim náleží *śikṣā* – fonetika, znalost písmen, artikulace; *kalpa* – rituál; *vyākaraṇa* – gramatika; *nirukta* – etymologie, vysvětlení důležitých védských slov; *chandasa* – metrika; *jyotiṣa* – astronomie. Fonetika a metrika slouží ke korektní recitaci a vyslovování, gramatika a etymologie slouží správnému porozumění, astronomie a rituály slouží k přesnému načasování a provedení rituálů.

² Pro příklad uveďme jednotku *aratni*, která je zpravidla definována jako 24 *aṅgul*, lze se však setkat i s definicí přiřazující jí 21 *aṅgul*.

Pro konstrukce zvláštních platform jsou navíc potřebné i následující znalosti a dovednosti:
 konstrukce čtverce, jehož obsah je roven násobku či dílu obsahu jiného čtverce,
 konstrukce čtverce, jehož obsah je roven součtu nebo rozdílu obsahů dvou daných čtverců,
 transformace obdélníku na čtverec se stejným obsahem,
 konstrukce trojúhelníku nebo kosočtverce, jehož obsah je roven obsahu daného čtverce,
 obsah čtverce sestaveného nad přeponou pravoúhlého trojúhelníku je roven součtu obsahů
 čtverců sestavených nad oběma odvěsnami tohoto trojúhelníku.

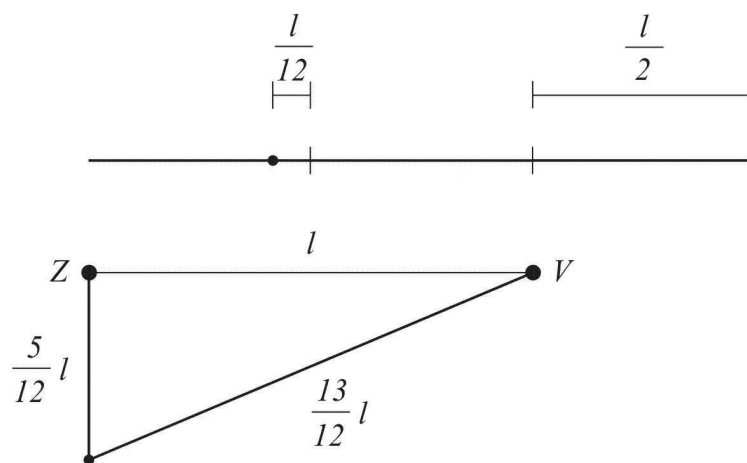
Ilustrační příklady

Pro ilustraci uvedu volné překlady dvou *sūter*. První popisuje konstrukci kolmic k dané úsečce v jejích koncových bodech, druhá vysvětluje postup při transformaci obdélníku na čtverec se stejným obsahem. Výrazy v hranatých závorkách jsou včleněny do textu pro upřesnění významu původních *sūter*.

Konstrukce kolmic k dané úsečce v jejích koncových bodech a konstrukce čtverce (obr.1):

„Délka je taková jako [požadovaný] rozsah; v západní třetině [této délky] zvětšené o její polovinu, na [místě] zmenšeném o šestinu [ze třetiny] se vytvoří značka. Upevní se [konce provazu] na dva konce východně-západní spojnice, [provaz] se napne jižně [držíme jej] za značku, vytvoří se značka [v bodě kterého dosáhneme]. Stejným způsobem [se napne provaz] severně; a ve zbylých dvou směrech po obrácení [konců provazu]. To je vymezení. [Je možné] zkrácení nebo prodloužení [strany pro vytvoření požadované poloviční strany čtverce s ohledem na] tuto značku.“

(Āpastamba śulba sūtra 1.2, překlad s užitím [5], [6])

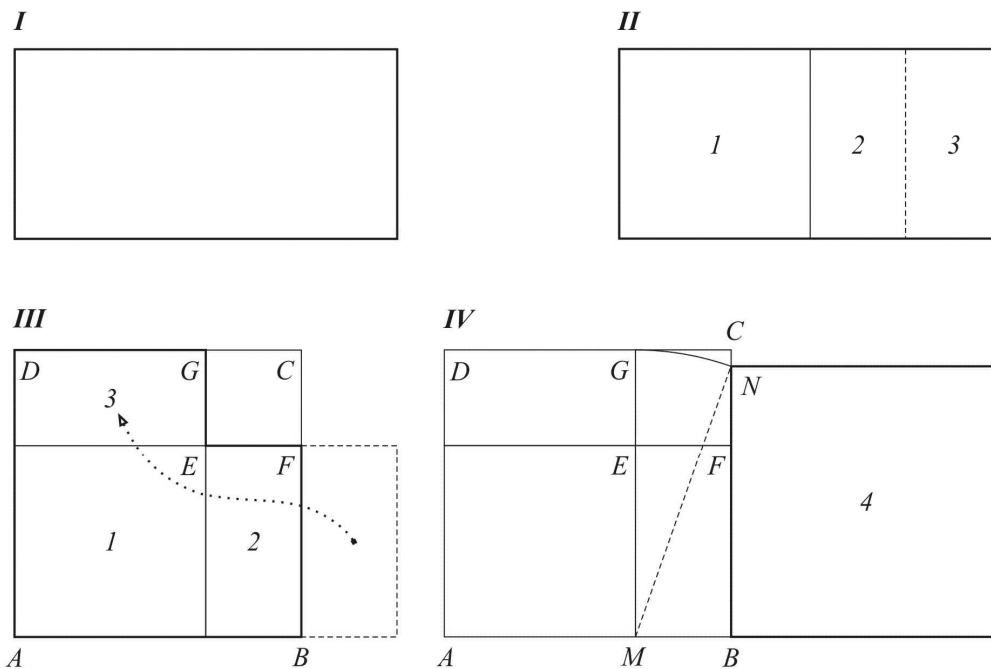


Obrázek 1. Konstrukce kolmice k dané úsečce v jejím koncovém bodě.

Transformace obdélníku na čtverec se stejným obsahem (obr. 2):

„Přejeme-li si [převést] obdélníkový čtyřúhelník na rovnostranný čtyřúhelník: Odřízneme [čtvercovou část pravoúhelníku] s [jeho] šířkou, [a] máme zbytek, umístíme [poloviny] na dvě přilehlé strany [čtvercové části]. Vyplníme chybějící [část] dalším [čtvercem]. Je to odebrání [které bylo právě] uvedeno.“

(Āpastamba śulba sūtra 2.7; Kātyayana śulba sūtra 3.2, překlad s užitím [5], [6])



Obrázek 2. Transformace obdélníku na čtverec se stejným obsahem.

Závěr

Geometrie získala své privilegované postavení v rámci matematiky Indie druhé poloviny prvního tisíciletí s vysokou mírou pravděpodobnosti jako dědictví védské kultury, jejíž počátky jsou datovány do konce druhého tisíciletí před naším letopočtem. Matematici (Atyabhata, Brahmagupta a jiní) se k ní obraceli jako k uznávanému, propracovanému a ke staletími prověřenému nástroji a na jeho základě formulovali další poznatky. Vzhledem k absenci historiografie ve staré Indii bude exaktní prokázání uvedeného poznatku velmi obtížné, ne-li nemožné.

Literatura

- [1] AL CHVÁRIZMÍ. *Aritmetický a algebraický traktát*. 1. vydání. Nymburk: OPS, 2008. 172 s. ISBN 978-80-87269-01-5.
- [2] STAAL, F. *Agni: The Vedic Ritual of the Fire Altar (Set)*. Delhi: Motilal Banarsidass publishers, 2010. 1593 s. ISBN 978-81-208-1660-2
- [3] RANADE, H. G. *Illustrated Dictionary of Vedic Rituals*. New Delhi: Indira Gandhi National Centre for the Arts / Arian Books International, 2006. 348 s. ISBN 81-7305-309-X
- [4] IMHAUSEN, A., ROBSON, E., DAUBEN, J. W., PLOFKER, K., BERGGREN, J. L. *The Mathematics of Egypt, Mesopotamia, China, India, and Islam: A Sourcebook*. Edited by V. J. Katz. Princeton: Princeton University Press, 2007. 685 s. ISBN 978-0-691-11495-9
- [5] PLOFKER, K. *Mathematics in India*. Princeton: Princeton University Press. 2009. 384 s. ISBN 978-0-691-12067-6
- [6] DATTA, B. *Ancient Hindu geometry: the science of the Sulba*. New Delhi: Cosmo Publications. 1993. 239 s.

Abstract

The mathematics of ancient India is one of the important roots of European mathematics. It was geometry which played an essential role in developing ancient Indian mathematics; beside other things it was used to perform computations. This article is focused on the sources of this particular geometry conception, which gained a privileged position within the frame of ancient Indian mathematics of the second half of the first millennium AD. The privileged position was most probably gained through Vedic culture, whose origins date back to the end of the second millennium BC.