

SYMETRIA A ASYMETRIA AKO PODKLAD KONŠTRUKČNÝCH ÚLOH V GEOGEBRE

Gabriela Galliková

Katedra matematiky, FPV, UKF v NR, Tr. A. Hlinku 1, +421 37 6408 696,
gabriela.gallikova@ukf.sk

Abstrakt

Príspevok predstavuje ukážku netradičnej aktivity na vyučovacej hodine. Študenti sa venujú pojmom symetria a asymetria a ich implementácií vo vyučovaní matematiky. Rysovaním jednotlivých úloh sa dostávajú k pojmom osová a stredová súmernosť. Pomocou štyroch úloh si študenti zopakujú jednotlivé pojmy a pomocou dvoch úloh preveria predstavivosť, geometrické zručnosti a počítačovú gramotnosť v dynamickom prostredí GeoGebra.

Kľúčové slová: GeoGebra, symetria, dynamický softvér

Úvod

V súlade so stratégiou Európa 2020, kde je hlavných cieľom zmodernizovať všetky stupne vzdelávacieho systému vidíme aj mi potrebu implementácie prvkov IKT do škôl. Z tejto iniciatívy vyplýva aj potreba „aktualizácie“ úloh. Preto sa snažíme vypracovať nové, netradičné a predmetovo prepojené úlohy, u ktorých následne predpokladáme podnietenie a zvýšenie záujmu o matematiku u žiakov.

Vybrané úlohy sme následne testovali na predmete Práca s nadanými žiakmi u vysokoškolských študentov 1. ročníka magisterského štúdia učiteľstva akademických predmetov, odboru matematiky, v aprobácii s inými predmetmi na Katedre matematiky, na Fakulte prírodných vied Univerzity Konštantína Filozofa v Nitre.

Úlohy sme pripravili tak, aby sa dali použiť vo viacerých ročníkoch. Hlavnými prvkami použitými na vyučovacej hodine boli symetria a asymetria.

Symetria

Symetria, je súmernosť, ktorá „vyhovuje vrodenej schopnosti zraku, ktorý sa snaží do všetkého videného zaviesť akýsi poriadok a jednotnosť, pričom má oveľa viac vyvinutý zmysel cítiť symetriu podľa osi zvislej, ako symetriu podľa osi vodorovnej.“ [2.] Symetriu poznáme relatívnu, s rôznymi obmenami a vyváženými zložkami, zakladajúc sa na opakovaní rovnakého prvku napravo aj naľavo. Základným členením rozlišujeme stredovú a obojstrannú symetriu. Symetria je v prírode zvyčajným javom, hoci mnohokrát si ju ani neuvedomujeme. Symetriu nachádzame aj v architektúre, najmä v islamských krajinách a to vo forme mozaiky. Mozaiky predstavujú spleť hlavne geometrických útvarov.

Symetriu často nachádzame aj v matematike. „Klasickým typom symetrie sú samozrejme geometrické symetrie, napríklad symetria podľa priamky, podľa bodu, symetria daná otočením. Štvorec je symetrický vzhľadom na všetky uvedené symetrie. Symetrie môžu byť aj objekty, ktoré nie sú geometrického charakteru.“ [3.]

Za symetrické môžeme považovať aj riadky Pascalovho trojuholníka. Môžeme ju nájsť pri súčte aritmetickej postupnosti, pri vytváraní dvojíc objektov, pri nerovnostiach, či polynómoch. Pri polynómoch ide o symetriu koeficientov alebo premenných, pri nerovnostiach sa jedná obyčajne o symetriu danú permutáciou premenných. „V širšom slova zmysle nazveme objekt symetrickým, ak existuje taká transformácia, ktorá ponecháva objekt ako celok nezmenený. Symetria skúmaného objektu obyčajne zjednodušuje riešenie. Preto si na začiatku riešenia úloh kladieme otázku, či pri skúmaných objektoch existuje nejaká

symetria, ak nie, či ju tam môžeme nejako zaviesť a samozrejme nakoniec, ako ju pri riešení využiť.“ [3.]

Asymetria

Reprezentuje opak symetrie. Na dosiahnutie harmonického vyrovnanie sa využíva kontrast. Hoci je častokrát vnímaná ako nedostatok, deficit, skutočnosť je taká, že na dosiahnutie dokonalého efektu „vecí“ musia obsahovať prvky asymetrie, ktoré si neuvedomuje alebo ich nevnímame. Záver je taký, že bez asymetrie by sa nám však mohli napr. obrazy zdať nudné, statické a nepôsobili by zaujímavo.

V matematike je asymetria diskutabilná, vzhľadom na skutočnosť, že základné geometrické prvky ako kruh, či štvorec sú symetrické podľa stredového aj obojstranného členenia.

Aktivita študentov

Pre aktivitu sme vybrali študentov učiteľstva, ktorí už absolvovali výstupovú prax. Teda vedia zhodnotiť, ako prebieha výučba v súčasnosti. Zároveň predpokladáme, že vedia zhodnotiť možnosti využitia nami predložených úloh vo vyučovacom procese.

Študenti dostali tri úlohy zvyčajne využívané vo vyučovacom procese, jednu teoretickú úlohu a dve nami vytvorené úlohy s použitím prvkov symetrie a asymetrie. Základom bolo určiť na jednoduchých zadaniach matematickú terminológiu a pojmy, s ktorými budú pracovať. Ďalej si študenti vydiskutovali zaradenie úloh do vyučovacieho procesu a následne riešili nami vytvorené úlohy s využitím matematických vedomostí a predstavivosti.

Úloha 1: Narysujte priamku a kružnicu tak, aby boli symetrické a asymetrické.

Úloha 2: Narysujte priamku, dva body a dve kružnice tak, aby boli symetrické a asymetrické.

Riešenia úlohy 1 a úlohy 2:

Študenti úlohy riešenia štandardným spôsobom vyučovaným na základných školách. Úlohy predstavovali prípravu na diskusiu o možnosti ich využitia a zaradenia vo vyučovaní.

Úloha 3: Otázky

- Ako sa vyššie spomenuté úlohy vyučujú v matematike?
- Do akého tematického celku by ste dané úlohy zaradili?
- V akom ročníku na základnej škole by sa dali dané úlohy vyučovať?

Riešenia:

Študenti odpovedali v súlade s našim predpokladom a dosiahnutým vzdelaním.

- Osová a stredová súmernosť, prípadne otočenie.
- Osová súmernosť. Stredová súmernosť. Zhodnosť rovinných útvarov. Zhodnosť trojuholníkov.
7. ročník, respektíve 8. ročník.

Úloha 4:

Narysujte **obdĺžnik ABCD** so stranou **a = 8 cm; b = 3 cm** a priamku **p**. Koľkými rôznymi spôsobmi môžeme preťať obdĺžnik **ABCD** priamkou **p** tak, aby bol symetrický? Podľa čoho bude symetrický? Dokážeme daný obdĺžnik **ABCD** rozdeliť tak, aby bol asymetricky viacerými spôsobmi ako sme ho rozdelili aby boli symetrický?

Riešenie:

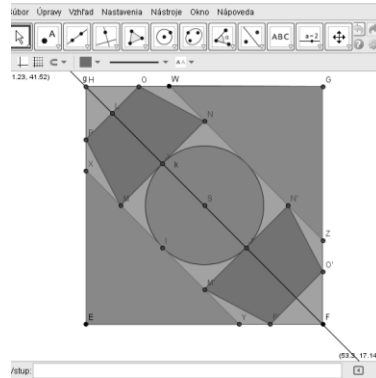
Študenti riešenie opísali slovne. Úloha sa im zdala jednoduchá a zhodnotili, že údaje boli skôr máťuce, vzhľadom na jednoduchosť riešenia. Avšak pokiaľ ide o výučbu na základnej škole tak sú potrebné.

Úloha 5:

Narysujte štvorec $EFGH$ o veľkosti $a = 20$ cm, priamku g a kružnicu $k = (S, r = 5$ cm), kde stred S v kružnici k je totožný so stredom štvorca $EFGH$. Priamka g pretína štvorec $EFGH$ cez body FH .

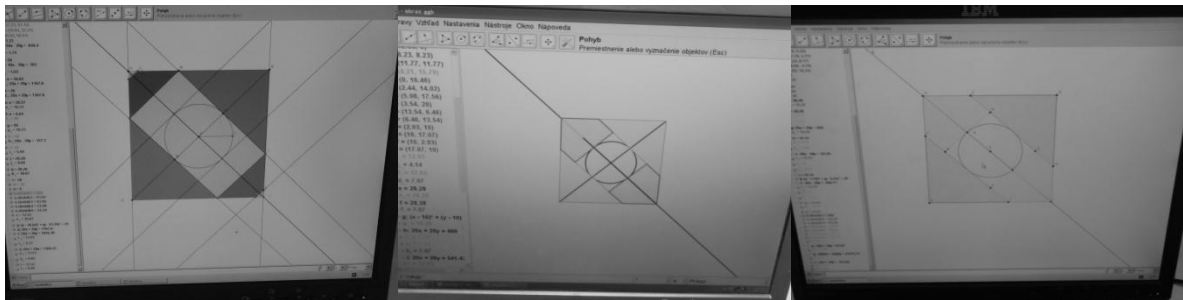
a) Narysujte do štvorca $EFGH$ dva rovnoramenné trojuholníky XEY a ZGW tak, aby boli osovo súmerné podľa priamky g a prepona bola dotyčnicou kružnice k .

b) Narysujte ďalej do štvorca $EFGH$ dva lichobežníky tak, aby nepretínali $\triangle XEF$ a $\triangle ZGW$, ani kružnicu k a boli osovo súmerné.



Obrázok 1. Riešenie úlohy 5

Riešenia:

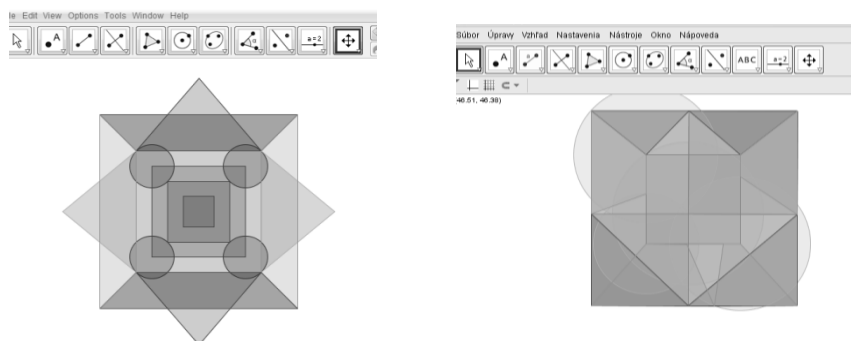


Obrázok 2. Študentské riešenia úlohy 5

Úloha 6:

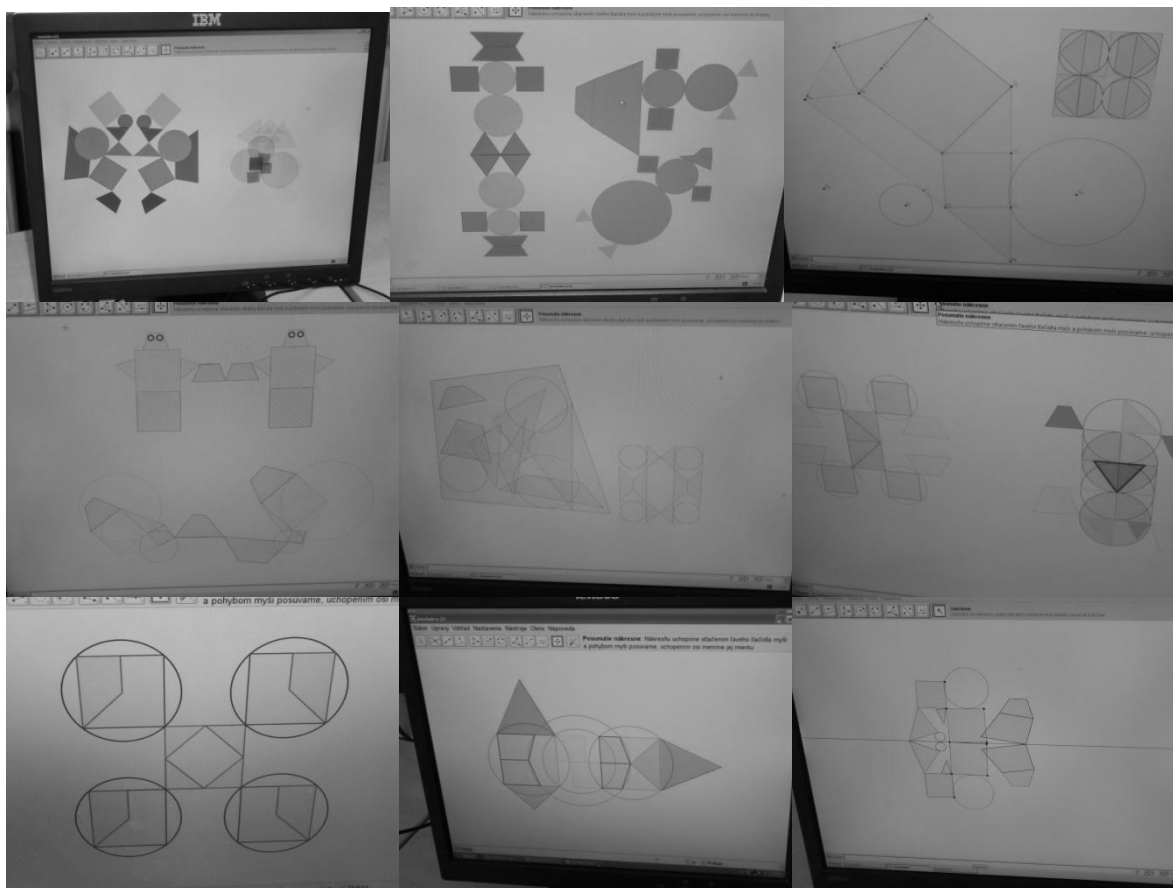
a) Narysujte štyri ľubovoľne veľké štvorce, kružnice, lichobežníky a trojuholníky tak, aby ste z nich vytvorili jeden útvar, ktorý bude spĺňať princípy symetrie.

b) Narysujte štyri ľubovoľne veľké štvorce, kružnice, lichobežníky a trojuholníky tak, aby ste z nich vytvorili jeden útvar, ktorý bude spĺňať princípy asymetrie.



Obrázok 3. Riešenia úlohy 6, prvý symetria, druhý asymetria

Študentské riešenia:



Obrázok 4. Študentské riešenia úlohy 6a) a 6b)

Záver

Zapojenie študentov učiteľstva do aktivity vhodnej na základnú školu im podľa nás prinesie nový pohľad na vyučovanie matematiky. Študenti, budúci učitelia, sa v diskusii vyjadrili, že podobné úlohy sa budú snažiť implementovať do svojej pedagogickej praxe. Predpokladajú, že tým oživia vyučovanie a zdôraznia možnosti využitia matematiky v iných predmetoch a iné predmety v matematike. Okrem toho pozitívne hodnotili možné prepojenie s výtvarnou a niektorí aj s technickou výchovou. Uvítali netradičnú aktivitu, ktorá bola pre nich zmenou a oživením.

V závere môžeme zhodnotiť, že takéto aktivity rozvíjajú nielen žiacku predstavivosť, ale budujú aj pozitívny vzťah k predmetu a ukazujú, kde a v akej podobe sa matematika, resp. geometria môže nachádzať.

Literatúra

- [1.] GALLIKOVÁ, G. 2012, *Využitie prvkov výtvarného umenia vo vyučovaní matematiky* [rigorózna práca]. Nitra: FPV, UKF, 2012.
- [2.] HYLLOVÁ, H. 1976, *Maľba*. Bratislava: Univerzita Komenského, 1976. 224 s.
- [3.] VRÁBEL, P. 2005, *Heuristika a metodológia matematiky*. Nitra: FPV UKF, 2005, 191 s ISBN 80-8050-840-2,

Abstract

The contribution introduces the illustration of non-traditional activity realized during the lesson. The students dealt with the notion of symmetry and asymmetry and their implementation into the mathematics teaching. Through the construction particular tasks, the students got to the notions of reflexion and point symmetry. The students revised all the notions in four tasks and in two tasks they checked their imagination, geometrical skills and computer literacy in the dynamic environment GeoGebra.