

MANIPULAČNÉ AKTIVITY ZAMERANÉ NA ROZVOJ GEOMETRICKÉHO MYSLENIA

Eva Barčíková, Lucia Rumanová

*Katedra matematiky, Fakulta prírodných vied, Univerzita Konštantína Filozofa v Nitre, Tr. A.
Hlinku 1, SK – 949 74, Nitra , eva.barcikova@ukf.sk, lrumanova@ukf.sk*

Abstrakt

Príspevok je zameraný na význam rozvoja priestorovej predstavivosti prostredníctvom zaujímavých aktivít z geometrie. V úvode sa venujeme samotnému pojmu geometrickej predstavivosti a významu manipulačných činností pri jej rozvíjaní. Uvádžeme ukážku aktivity založenej na skladaní pravidelných mnohostenov, v rámci ktorej sa systematicky využívajú vedomosti a poznatky o rovnostrannom trojuholníku a kružnici.

***Kľúčová slova:** manipulačné aktivity z geometrie, geometrická predstavivosť, platónske telesá*

Úvod

Geometria je všade okolo nás, je súčasťou nášho každodenného života. Dieťa sa s ňou stretáva prakticky od malička. Je teda prirodzené poznávať geometriu a geometrické vzťahy prostredníctvom zaujímavých aktivít a hry. „*J. Piaget a B. Inhelder (1997), ktorí sa podrobne zaoberali funkciou hry v rozvoji psychológie dieťaťa, pripisujú hre biologickú funkciu aktívneho opakovania a experimentovania, ktorými sa mentálne spracúvajú a pripravujú nové situácie a skúsenosti. Hra sa teda podľa jej funkcií javí ako prirodzený nástroj získavania vedomostí a osvojovania nových myšlienkových postupov.*“ (viď [1.] str. 12) Podľa P. M. van Hieleho [2.] sa poznávanie geometrie začína hrou. Pod pojmom hra pritom chápe aj manipulačné aktivity s rôznymi mozaikami, puzzle a tangramom. Prostredníctvom týchto aktivít sa žiaci zoznamujú s jednotlivými geometrickými útvarmi a ich vlastnosťami. Hrou a zaujímavými aktivitami tak môžeme žiakovi pomôcť vybudovať vhodnú základňu pre posun sa na vyššiu úroveň geometrického myslenia. Cieľom manipulačných aktivít je zároveň aj rozvíjanie geometrickej predstavivosti. Geometrickú predstavivosť A. Jirotková [3.] špecifikuje ako schopnosť: poznávať geometrické tvary a ich vlastnosti; abstrahovať z konkrétnych objektov a ich geometrických vlastností a vidieť v nich geometrické útvary v čistej podobe; na základe rozvinutých obrazov si predstaviť geometrické útvary v najrôznejších vzťahoch, v ktorých môžu byť predvedené pomocou hmotných modelov geometrických útvarov; mať zásobu predstáv geometrických útvarov a schopnosť vybavovať si ich najrôznejšie podoby; predstaviť si geometrické útvary a vzťahy medzi nimi na základe ich popisu. Geometrická predstavivosť nie je vrodená schopnosť. Získavame ju pomocou skúseností a možno ju ďalej rozvíjať. Pri jej rozvoji nestačí používať len vizuálne vnemy, ale aj haptické: „*Predstavu o usporiadaní priestoru okolo nás získavame pomocou zrakových, sluchových, pohybových, hmatových vnemov a ich kognitívnym spracovaním.*“ viď [4.] str. 58.

V ďalšej časti uvádzame ukážku aktivity, ktorá je zameraná na rozvoj geometrickej predstavivosti ako aj upevnenie poznatkov o niektorých rovinných útvaroch. Zamerali sme sa na aktivitu vhodnú pre druhý stupeň základných škôl až vysokoškolských študentov.

Materiál a metódy

Nasledujúcu aktivitu sme testovali na voliteľnom seminári z geometrie v rámci bakalárskeho štúdia programu Učiteľstvo predmetov – matematika v kombinácii s iným predmetom. Keďže išlo o budúcich učiteľov matematiky boli úlohy volené ako inšpirácia pre vyučovanie geometrie. Študenti si mali možnosť vyskúšať manipulačné aktivity ako žiaci a zhodnotiť ich ako budúci učitelia. Vďaka týmto rôznym uhlom pohľadu sa domnievame, že si lepšie uvedomia význam didaktických pomôcok a manipulačných aktivít na hodinách geometrie.

Náplňou aktivity je manipulácia s platónskymi telesami pričom si žiaci pri hľadaní riešenia zadanej úlohy zopakujú aj vlastnosti rovnostranného trojuholníka ako aj vzťah medzi stredovým a prislúchajúcim obvodovým uhlom v kružnici. Aktivita môže byť rozdelená na niekoľko častí a použitá prípadne len jej časť zameraná na vlastnosti rovnostranného trojuholníka.

Zadanie úlohy:

Poskladajte pravidelný štvorsten ak máte k dispozícii len ľubovoľný počet zhodných kruhov z papiera. Pri skladaní využite čo možno najväčšiu plochu kruhu. (nepoužívajte žiadne iné pomôcky)

Riešenie

Riešenie si rozdelíme na niekoľko častí. Musíme odpovedať na tieto otázky:

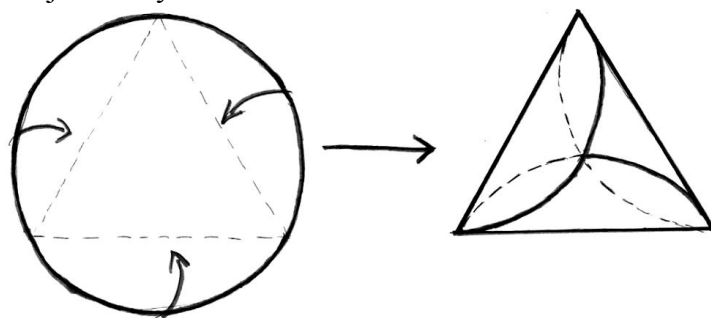
Aké mnohoúhelníky tvoria steny pravidelných mnohostenov a konkrétne pravidelného štvorstena?

Ako poskladáme požadovaný mnohoúhelník z kruhu papiera?

Ako pri skladaní využijeme čo možno najväčšiu plochu kruhu?

Stručne môžeme postup riešenia zhrnúť nasledovne:

Steny pravidelného štvorstena sú rovnostranné trojuholníky. Našou úlohou je teda poskladanie rovnostranného trojuholníka z papiera. Keďže pri riešení nie je povolené používať pomôcky ako napr. pravítko a kružidlo používame len systematické skladanie papiera a pritom tiež využívame znalosti o rovnostrannom trojuholníku. Kruh, ktorý máme k dispozícii predstavuje kružnicu opísanú trojuholníku. Vrcholy trojuholníka delia kružnicu na tri zhodné kružnicové oblúky, ktorých dĺžka je tretina obvodu tohto kruhu. Dva susedné body určujú strany tohto trojuholníka. Zvyšné kruhové odseky zahne. Takýmto skladaním papierového kruhu vznikne rovnostranný trojuholník. Na zostrojenie pravidelného štvorstena potrebujeme štyri zhodné rovnostranné trojuholníky.



Obrázok 1.

Priebeh aktivity:

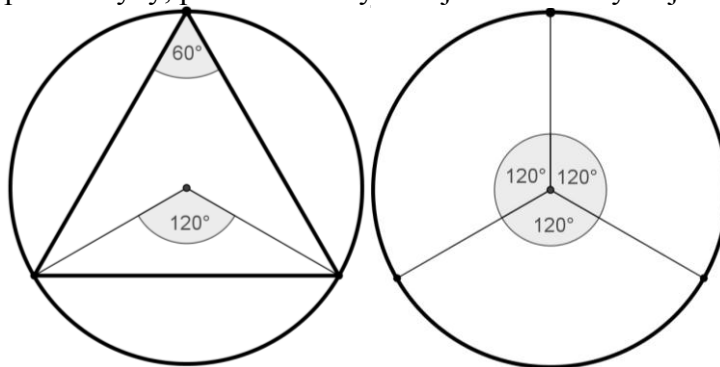
Môžeme žiakov vyzvať aby vyznačili na obode kruhu body, ktorého ho rozdelia na tri rovnaké kružnicové oblúky. Po krátkom, experimentovaní zistia, že táto úloha nie je taká jednoduchá. Väčšina žiakov zloží kruh najskôr na štyri rovnaké kruhové výseky. (Zložia kruh na polovicu a ešte raz na polovicu). Síce úlohu nespĺnili, avšak tento moment môžeme využiť na

odvodenie spôsobu skladania kruhu na tri rovnaké kruhové výseky. Požiadame žiakov aby hľadali uhly určené prehybmi papiera a skúmali ich veľkosti. Zložením kruhu dvakrát na polovicu sme zároveň určili približný stred kruhu.

Aby sme určili vrcholy trojuholníka je nutné rozdeliť kruh na tri rovnaké časti. Môžeme postupovať viacerými spôsobmi:

Spôsob 1.

Použijeme vzťah medzi stredovým a obvodovým uhlom. Po zložení kruhu na tri rovnaké kruhové výseky vniknú na papieri záhyby, pomocou ktorých nájdeme vrcholy trojuholníka.

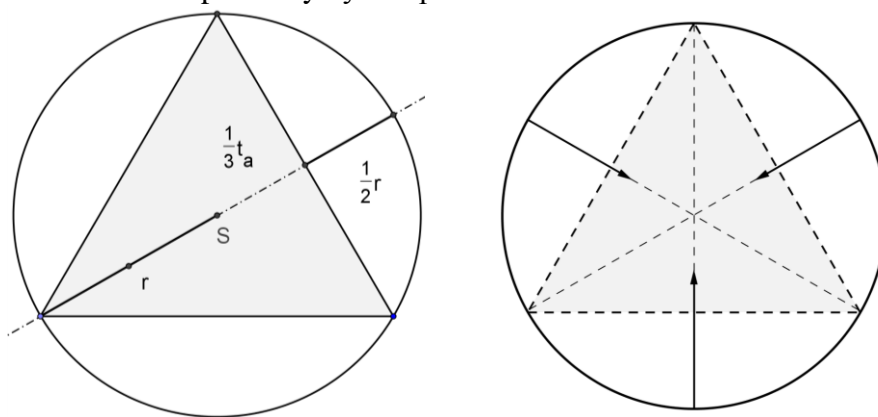


Obrázok 2.

Takto poskladať kruh na tretiny ešte stále nie je úplne jednoduché a presné riešenie úlohy. Aby sme postup spresnili pomôžeme si poskladaním kruhu na šesť rovnakých častí. Využijeme súvislosť medzi rovnostranným trojuholníkom a pravidelným šesťuholníkom, čo označíme za *Spôsob 2.* Kruh teda zložíme na polovicu a následne na tretiny.

Pri *Spôsobe 3.* vychádzame z vlastností priecok v rovnostrannom trojuholníku. V rovnostrannom trojuholníku sú ťažnica a os strany prislúchajúce tej istej strane totožné. Polomer opísanej kružnice sa teda rovná $\frac{2}{3}$ dĺžky ťažnice tohto trojuholníka (viď obr. 3.). Zložením kruhu dvakrát

na polovicu určíme stred a následne zahneť kruhové odseky k stredu kruhu. Pri tomto spôsobe majú žiaci možnosť overiť si prakticky poznatky o pričkach v trojuholníku, ktoré boli pre nich doteraz len abstraktné a tieto poznatky využiť pri skladaní.



Obrázok 3.

Po vyriešení tejto časti úlohy môžeme prejsť k samotnému poskladaní pravidelného štvorstena. Poskladáme z papiera štyri zhodné rovnostranné trojuholníky a následne ich spájame pomocou kruhových odsekov (lepením alebo zakladaním „cez seba“).

Po tejto aktivite môžu nasledovať ďalšie analogické aktivity, napríklad:

Poskladajte ostatné platónske telesá pričom, máte k dispozícii len ľubovoľný počet zhodných kruhov z papiera. Pri skladaní využite čo možno najväčšiu plochu kruhu.

Poskladajte z papierového kruhu pravidelné n -uholníky ($n=3, \dots, 8$). Spájajte mnohouholníky rovnakého druhu. Aký najmenší a aký najväčší počet mnohouholníkových stien musíte spojiť, aby vznikol vrchol telesa?

Záver

Človek od narodenia vníma svet okolo seba prostredníctvom zmyslov. Postupne dieťa začína spoznávať predmety a priestor okolo seba prostredníctvom manipulačných aktivít. Poznávanie prostredníctvom vizuálnych a haptických vnemov sa v edukačnom prostredí stáva riadenou činnosťou. Využitím tejto prirodzenej činnosti je možné zefektívniť vyučovanie geometrie. Vhodným zaradením manipulačných aktivít do vyučovania geometrie môžeme cielene rozvíjať priestorovú predstavivosť ako aj upevňovať a prehľbovať získané vedomosti z planimetrie a stereometrie.

Literatúra

[1.] VANKUŠ, P. *Didaktické hry v matematike*. KEC FMFI UK Bratislava, 2012. 144 s. ISBN: 978-80-8147-002-8

[2.] VAN HIELE, P. M. *Developing geometric thinking through activities that begin with play*. Teaching Children Mathematics 6, 1999, s. 310-315.

[3.] JIROTKOVÁ, D. *Rozvoj priestorové predstavivosti žiakov*. Komenský, 1990, ročník 114, č. 5, s. 278 - 281

[4.] PAVLOVIČOVÁ, G.: *Niektoré kľúčové názory na rozvoj matematických predstáv* Nitra : UKF, 2012. s. 82, ISBN 978-80-558-0127-8

[5.] VALLO D. A KOL. *Geometria telies ...všeobecne a pútavo*. 2012. Nitra: FPV UKF v Nitre, Edícia Prírodovedec č. 505. ISBN 978-80-558-0106-3

[6.] VIDERMANOVÁ, K. *Manipulatívna geometria*. 2008. In: Mladí vedci 2008 : vedecké práce doktorandov a mladých vedeckých pracovníkov / Zdenka Rózová a kol. - Nitra : UKF, ISBN 978-80-8094-285-4, s. 703-707.

[7.] VALLO, D. – ŠEDIVÝ, O. *Mnohosteny I. Cesta k rozvoju geometrických predstáv*. 2010. Nitra: FPV UKF v Nitre, ISBN 978-80-8094-7354, s. 108

[8.] BARCÍKOVÁ, E. *Rozvíjanie priestorovej predstavivosti prostredníctvom manipulácie s archimedovskými telesami*. 2012. In: ACTA MATHEMATICA 15. Nitra: FPV UKF v Nitre. 978-80-558-0135-3, s. 37-42.

[9.] BARCÍKOVÁ, E. *Construction of Some Archimedean Solids from Platonic Solids*. 2012. In: Scientia iuvenis : Book of Scientific Papers. Nitra : FPV UKF v Nitre, 2012. ISBN 978-80-558-0120-9, s. 275-279.

Abstract

In this paper we focus on development of spatial imagination through interesting geometry activities. In Introduction we deal with concept of spatial imagination as well as the principle of spatial manipulation as an important teaching method aimed at promoting development of spatial imagination. We present one activity based on building models of Platonic solids from paper. Through these manipulating activities we want to focus also on knowledge of plane geometry.